Proceedings of 5º Encuentro de Potencia, Instrumentación y Medidas, October 19-20, 1999, Montevideo, Uruguay

Análisis de Modelos de Transformadores Tipo Núcleo Basados en el Principio Topológico de la Dualidad para Estudios de Transitorios Electromagnéticos

C.Saldaña/G.Calzolari
Av. Millán 4016 - Montevideo
11700 URUGUAY

Resúmen - **Este trabajo presenta algunos aspectos teóricos sobre la obtención de circuitos eléctricos equivalentes para transformadores basados en el Principio Topológico de la Dualidad. Con el programa ATP (Alternative Transients Program) fueron realizadas simulaciones utilizando estos circuitos equivalentes, algunos resultados de las mismas son incluídos. Finalmente es hecha una comparación entre los resultados obtenidos usando BCTRAN y los modelos basados en la técnica topológica de la dualidad.**

Palabras clave: Transitorios electromagnéticos, Modelos Topológicos de transformadores.

I. INTRODUCCION

En la representación matricial de los transformadores de potencia, existente en los programas EMTP y ATP, el modelado del núcleo es definido simplemente a través de la especificación de las corrientes de excitación de secuencias positiva y cero, siendo las ramas magnetizantes lineales incorporadas en una de las matrices. Las no linealidades del núcleo son tenidas en cuenta conectando inductancias no lineales desacopladas entre los terminales de cada bobina del devanado más próximo del núcleo. Sin embargo éstas no están identificadas físicamente con las columnas, culatas,etc. del núcleo. De acuerdo a esto los autores presentan en este artículo algunos aspectos teóricos sobre la obtención de circuitos eléctricos equivalentes de transformadores basados en el Principio Topológico de la Dualidad. Los modelos, basados en la dualidad existente entre circuitos eléctricos y magnéticos, interrelacionan de forma adecuada los flujos en el aire y en el núcleo permitiendo así que las no linealidades del mismo sean incorporadas con una base física. En este trabajo son presentados algunos modelos topológicos para transformadores trifásicos tipo núcleo de tres devanados. Es importante destacar que ellos pueden ser simulados con los programas EMTP y ATP.

II. MODELOS BASADOS EN EL PRINCIPIO TOPOLOGICO DE LA DUALIDAD [1][2][3][4][5]

La primera y más difícil etapa en el desarrollo de un circuito eléctrico equivalente es la reducción de la distribución de los flujos en el transformador a un circuito magnético de reluctancias concentradas. Para esto es necesario asumir algunos caminos para los flujos en el núcleo y en el aire.

La segunda etapa es la obtención de un circuito eléctrico que sea equivalente al circuito magnético de reluctancias. Cuando el circuito magnético no contiene ramas que se cruzan el circuito eléctrico puede ser obtenido directamente a partir del circuito magnético aplicando el Principio Topológico de la Dualidad.

Es importante destacar que la precisión del circuito eléctrico es fuertemente dependiente de la forma en la cual el sistema magnético es reducido a un circuito magnético.

A. Circuito magnético

El dispositivo magnético de la Fig.1, que consiste en una bobina de N espiras con un núcleo de hierro, es utilizado como ejemplo de aplicación de la metodología propuesta, donde v_a es la tensión instantánea entre los terminales de la bobina e i_a es la corriente instantánea a través de la misma.

La Fig. 1 muestra los caminos medios asumidos para los flujos, donde ϕ_1 es el flujo confinado en el núcleo entre los puntos A y B, ϕ_2 es el flujo confinado en el camino en aire y ϕ_3 es el flujo confinado en las culatas y la otra pierna.

De la aplicación de la ley de Ampere en el camino medio (1) resulta:

$$\oint \bar{H}.\bar{dp} = Ni_a = F_a \qquad (01)$$

donde $\bar{H}$ es la intensidad de campo magnético, $\bar{dp}$ es el diferencial de longitud y F_a es la fuerza magnetomotriz. Esta ecuación puede ser escrita como:

$$\oint \frac{\phi}{\mu \, . \, S} \, . \, dp = F_a \qquad (02)$$

donde μ es la permeabilidad absoluta del hierro, ϕ es el flujo magnético y S es el área de la sección transversal.

Si se divide el camino (1) en dos caminos parciales, siendo cada uno de ellos recorrido por un flujo uniforme, la ecuación (2) se convierte en:

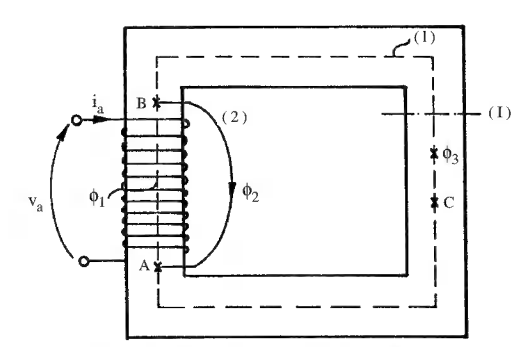


Fig. 1. Caminos medios de flujos

$$\phi_1 \,.\, \Re_{AB} + \phi_3 \,.\, \Re_{BCA} = F_a \qquad (03)$$

$\Re_{AB}$, $\Re_{BCA}$ - reluctancias concentradas asociadas a los caminos parciales en el núcleo con flujos ϕ_1 y ϕ_3 respectivamente

En términos de fuerzas magnetomotrices esta ecuación puede ser reescrita como:

$$F_1 + F_3 = F_a \qquad (04)$$

donde $F_1 = \Re_{AB} \,.\, \phi_1 \quad F_3 = \Re_{BCA} \,.\, \phi_3$

La aplicación del mismo procedimiento para el camino medio (2) suministra:

$$\phi_1 \,.\, \Re_{AB} + \phi_2 \,.\, \Re_f = F_a \qquad (05)$$

$$F_1 + F_2 = F_a \qquad (06)$$

donde $F_2 = \Re_f \,.\, \phi_2$ y $\Re_f$ es la reluctancia concentrada correspondiente al camino en aire con flujo ϕ_2.

Finalmente la relación entre los flujos ϕ_1, ϕ_2 y ϕ_3 es:

$$\phi_1 = \phi_2 + \phi_3 \qquad (07)$$

A partir de las ecuaciones (03), (05) y (07) es posible sintetizar el circuito magnético equivalente del sistema magnético, el cual es mostrado en la Fig. 2.

B. Dualidad entre circuitos magnéticos y eléctricos

Cada flujo de la Fig. 1 será asociado a una bobina ficticia, todas ellas teniendo un número arbitrario N de espiras, para las cuales la ley de Faraday-Lenz suministra las siguientes ecuaciones:

$$v_i = N \,.\, \frac{d\phi_i}{dt} \qquad i = 1, 2, 3 \qquad (08)$$

Multiplicando la ecuación (07) por N y derivándola con respecto al tiempo resulta:

$$v_1 - v_2 - v_3 = 0 \qquad (09)$$

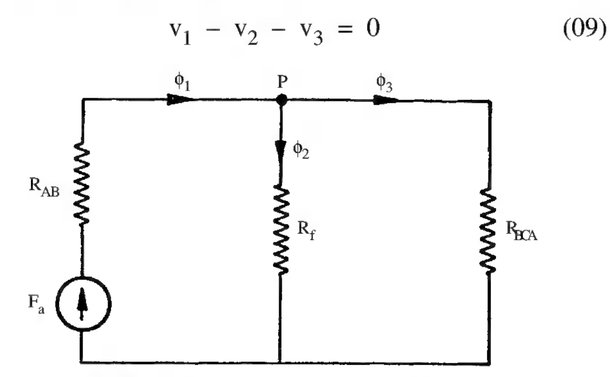


Fig. 2. Circuito magnético equivalente del dispositivo de la Fig. 1

Por lo tanto una ecuación nodal de flujos en el circuito magnético se convierte en una ecuación de malla de tensiones en el circuito eléctrico.

La ecuación (06), correspondiente a la malla izquierda del circuito magnético de la Fig. 2, puede ser expresada como:

$$Ni_a = Ni_1 + Ni_2 \qquad (10)$$

ó

$$i_a = i_1 + i_2 \qquad (11)$$

donde i_1, i_2 e i_3 son las corrientes que circulan por las bobinas ficticias.

Por lo tanto una ecuación de malla de fuerzas magnetomotrices en el circuito magnético se convierte en una ecuación nodal de corrientes en el circuito eléctrico. La fuerza magnetomotriz F_1 puede ser escrita de la forma:

$$\Re_{AB} \,.\, \phi_1 = Ni_1 \qquad (12)$$

De la aplicación de la ley de Faraday-Lenz en la bobina ficticia surge:

$$v_1 = N \frac{d\phi_1}{dt} \qquad (13)$$

De las ecuaciones (12) y (13) se obtiene:

$$v_1 = \frac{N^2}{\Re_{AB}} \,.\, \frac{di_1}{dt} \qquad (14)$$

Esta última ecuación muestra que a una reluctancia concentrada en el circuito magnético le corresponde una inductancia concentrada en el circuito eléctrico.

De esta forma queda establecida la dualidad que existe entre circuitos magnéticos y eléctricos.

C. Técnica Topológica de la Dualidad

Esta técnica permite dibujar el circuito eléctrico equivalente a un circuito magnético sin necesidad de escribir las ecuaciones duales de las ecuaciones que describen el comportamiento del circuito magnético.

La técnica topológica por medio de la cual el circuito eléctrico puede ser obtenido es mostrada en la Fig. 3. Se marca un punto dentro de cada malla del circuito magnético y un punto de referencia adicional es marcado fuera del circuito, estos puntos serán los nodos de la red dual. Cada par de nodos son unidos por líneas, cada una de las cuales debe pasar a través de cada elemento común a las dos mallas que encierran estos dos puntos. Estas líneas serán las ramas de la red dual. Si una línea pasa a través de una reluctancia entonces una inductancia debe ser conectada entre los correspondientes nodos del circuito eléctrico equivalente. En el caso de una fuerza magnetomotriz una fuente de corriente debe ser conectada entre ellos. La Fig. 4 muestra el circuito eléctrico equivalente obtenido gráficamente, donde L_f es una inductancia lineal y L_{AB}, L_{BCA} son inductancias no lineales.

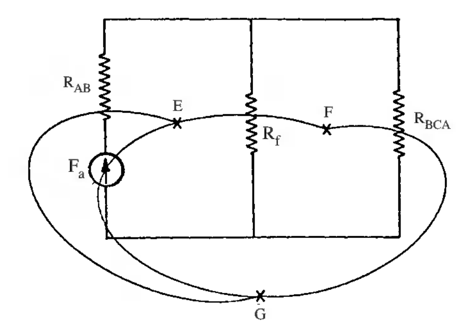


Fig. 3. Obtención topológica del circuito equivalente

En el procedimiento presentado los autores escogieron un número arbitrario N de espiras para las bobinas ficticias, ahora se eligirá un número arbitrario igual a N_1 y se mostrará como ésto modifica el circuito eléctrico equivalente de la Fig.4.

En términos de ampere-vueltas la ecuación (06) puede ser expresada como:

$$Ni_a = N_1 i_1' + N_1 i_2' \qquad (15)$$

ó

$$i_a' = \frac{N}{N_1} \cdot i_a = i_1' + i_2' \qquad (16)$$

A partir de ésto se concluye que es necesario adicionar un transformador ideal con relación de transformación $N:N_1$ en los terminales del circuito equivalente como indicado en la Fig.5.

En este nuevo circuito todos sus elementos deben estar referidos al número arbitrario de espiras N_1.

III. MODELOS DE TRANSFORMADORES TRIFASICOS TIPO NUCLEO DE TRES DEVANADOS

En esta sección serán obtenidos diferentes modelos de un transformador trifásico tipo núcleo de tres devanados usando el Principio Topológico de la Dualidad. La Fig. 6 muestra el transformador con devanados concéntricos considerado en el presente trabajo, donde:

N_1, N_2, N_3 - número de espiras de las bobinas de los devanados primario,secundario y terciario
i_{1a}, i_{1b}, i_{1c} - corrientes en las bobinas del devanado primario
i_{2a}, i_{2b}, i_{2c} - corrientes en las bobinas del devanado secundario

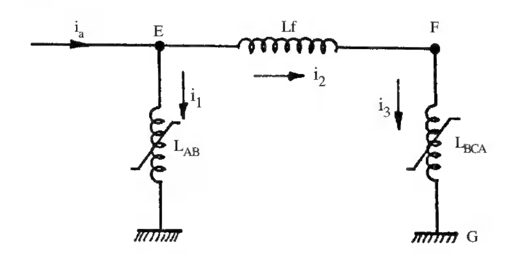


Fig. 4. Circuito eléctrico equivalente del circuito magnético de la Fig. 2

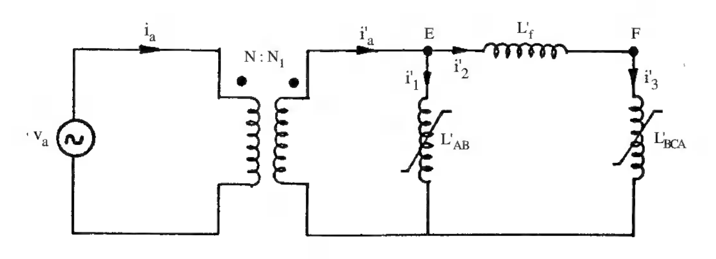


Fig. 5. Circuito eléctrico equivalente referido a N_1 espiras

i_{3a}, i_{3b}, i_{3c} - corrientes en las bobinas del devanado terciario

La Fig. 7 muestra los principales caminos medios de flujos asumidos en el transformador de la Fig. 6, donde:

ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 - Flujos confinados en el hierro entre los puntos A y B, C y D, F y G respectivamente

ϕ_{f1} ,ϕ_{f2},ϕ_{f3} - Flujos de dispersión confinados en los caminos externos en aire

$\phi_{\ell a}$,$\phi_{\ell b}$, $\phi_{\ell c}$ - Flujos confinados en los caminos a través del aire y de la cuba

ϕ_{ab}, ϕ_{bc} - Flujos confinados en las culatas

La aplicación de la ley de Ampére en los caminos (1), (2) y (3) suministra las ecuaciones:

$$N_1 i_{1a} = \Re_{f1} \cdot \phi_{f1} \qquad (17)$$
$$N_2 i_{2a} = \Re_{f2} \cdot \phi_{f2} \qquad (18)$$
$$N_3 i_{3a} = \Re_{f3} \cdot \phi_{f3} \qquad (19)$$

en las cuales $\Re_{f1}$, $\Re_{f2}$, $\Re_{f3}$ son las reluctancias concentradas correspondientes a los caminos externos en aire.

De la aplicación de la ley de Ampere en los caminos ABCDEA y ABEA resulta:

$$-N_3 i_{3a} - N_2 i_{2a} + N_1 i_{1a} - N_1 i_{1b} + N_2 i_{2b} + N_3 i_{3b} = \\ = \Re_{AB} \cdot \phi_1 + (\Re_{BC} + \Re_{DA}) \cdot \phi_{ab} - \Re_{CD} \cdot \phi_2 \qquad (20)$$

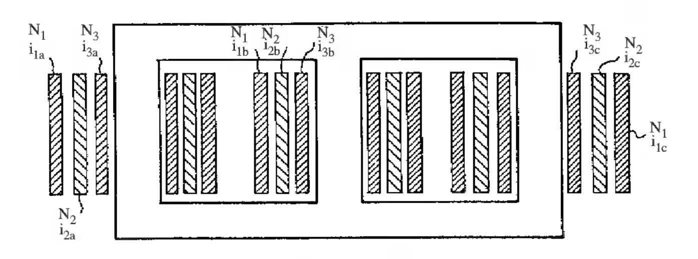


Fig. 6. Transformador trifásico tipo núcleo de tres devanados

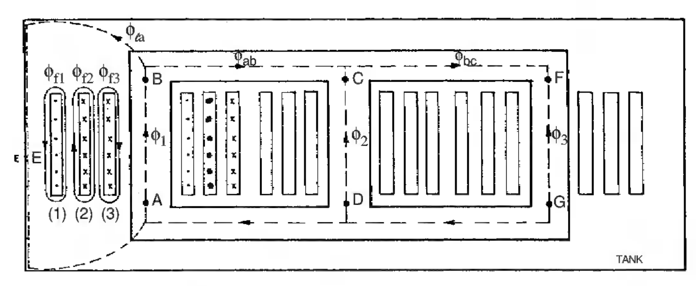


Fig. 7 - Principales caminos de flujo

$$N_1 i_{1a} - N_2 i_{2a} - N_3 i_{3a} = \Re_{AB} \cdot \phi_1 + \Re_{\ell a} \cdot \phi_{\ell a} \qquad (21)$$

en las cuales $\Re_{AB}$, $\Re_{BC}$, $\Re_{DA}$, $\Re_{CD}$ son las reluctancias concentradas correspondientes a los caminos en el hierro y $\Re_{\ell a}$ es la reluctancia concentrada correspondiente al camino a través del aire y la cuba. Finalmente las últimas ecuaciones son:

$$F_{ka} = N_k i_{ka} \qquad k = 1, 2, 3 \qquad (22)$$

$$\phi_1 = \phi_{\ell a} + \phi_{ab} \qquad (23)$$

Ecuaciones similares pueden ser escritas para las otras piernas del núcleo del transformador. A partir de estas ecuaciones es posible sintetizar el circuito magnético equivalente del sistema magnético de la Fig. 7, el cual está mostrado en la Fig.8.

Como el circuito magnético de la Fig. 8 es plano se puede aplicar la técnica topológica como indicado en la Fig. 9 para obtener el circuito eléctrico equivalente de la Fig. 10 denominado Modelo I, donde $L_{f1}, L_{f2}, L_{f3}, L_{\ell a}, L_{\ell b}, L_{\ell c}$ son inductancias lineales y $L_{AB}, L_{DC}, L_{FG}, L_{BC}, L_{DA}, L_{CF}, L_{DG}$ son inductancias no lineales.

Los transformadores ideales no han sido dibujados para no agregar mayor complejidad a la Fig. 10.

Si se supone que las reluctancias concentradas $\Re_{\ell a}, \Re_{\ell b}, \Re_{\ell c}$ son iguales entre sí y de valor $\Re_{\ell}$ entonces un nuevo circuito eléctrico equivalente denominado Modelo II es obtenido.

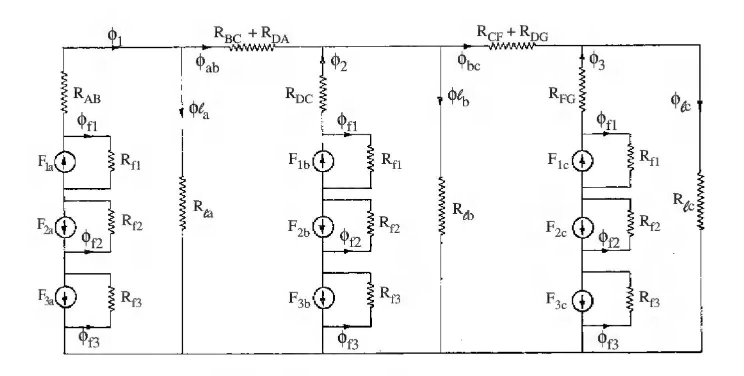


Fig. 8 - Circuito magnético equivalente del sistema magnético de la Fig. 7

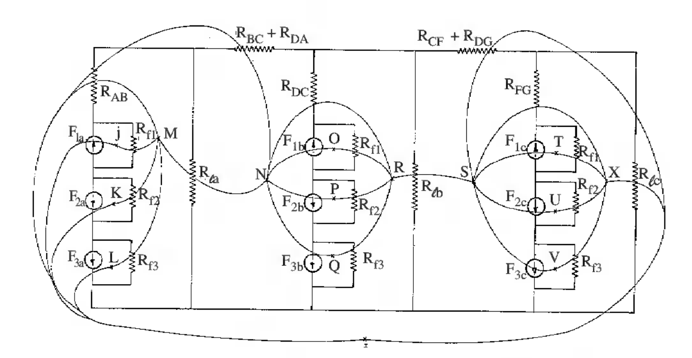


Fig. 9 - Obtención topológica del circuito equivalente

En este modelo $L_{\ell a} = L_{\ell b} = L_{\ell c} = L_{\ell}$, siendo ésta la única diferencia con el Modelo I.

En el circuito magnético de la Fig. 8 se observa que los flujos $\phi_{\ell a}, \phi_{\ell b}, \phi_{\ell c}$ son menores que $\phi_1, \phi_{ab}, \phi_2, \phi_{bc}, \phi_3$ por lo tanto las reluctancias asociadas con las culatas son adicionadas a las reluctancias asociadas con las piernas de forma tal de obtener tres reluctancias iguales a $\Re$ como está indicado en la Fig. 11, lo cual significa que se están utilizando dimensiones ficticias para las piernas del núcleo.

La aplicación de la técnica topológica en el circuito de la Fig.11 conduce al circuito eléctrico equivalente de la Fig. 12, denominado Modelo III.

El Modelo III ha sido utilizado en estudios de transitorios electromagnéticos llevados a cabo con TNA (Transient Network Analyzer).

IV. CARACTERISTICAS DE LOS MODELOS [5][6]

A continuación se exponen las principales características de los modelos obtenidos en el ítem anterior.

A. Modelo I

Las inductancias no lineales pueden ser calculadas a partir de los datos de la geometría del núcleo y de la característica BxH

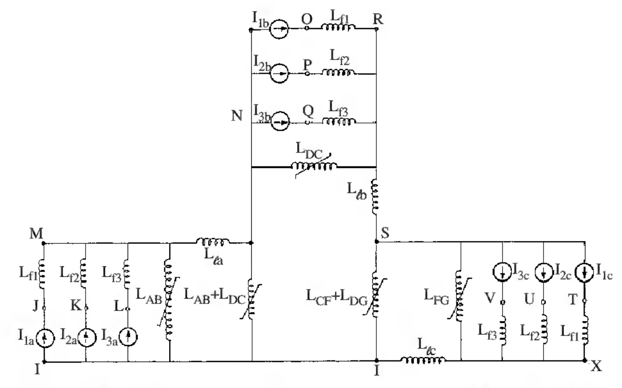


Fig. 10 - Circuito eléctrico equivalente (Modelo I) del circuito magnético de la Fig. 8

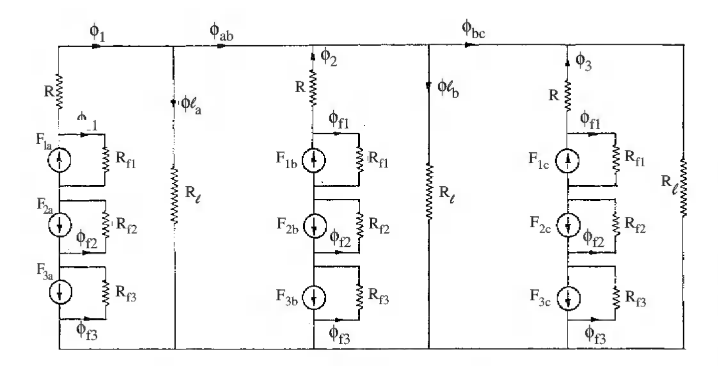


Fig. 11 - Circuito magnético equivalente simplificado

del material del núcleo. Los datos usuales de los ensayos en vacío y en cortocircuito del transformador, suministrados por el fabricante, no proveen el número necesario de ecuaciones para obtener todas las inductancias lineales, por lo tanto algunas hipótesis adicionales deben ser realizadas.

B. Modelo II

Las inductancias no lineales pueden ser calculadas a partir de los datos de la geometría del núcleo y de la característica BxH del material del núcleo. A partir de los datos del ensayo de cortocircuito de secuencia positiva todas las inductancias de dispersión pueden ser calculadas a excepción de L_ℓ. Para el cálculo de ésta se requiere solo un ensayo de cortocircuito de secuencia cero, siendo los restantes ensayos redundantes.

C. Modelo III

A partir de los datos del ensayo en vacío de secuencia positiva suministrados por el fabricante, es posible obtener la característica $V_{rms} \times I_{rms}$, la cual debe ser convertida en la curva $\lambda \times i$. Esta última representa la inductancia no lineal del modelo. Las inductancias de dispersión y L_ℓ son calculadas de igual forma

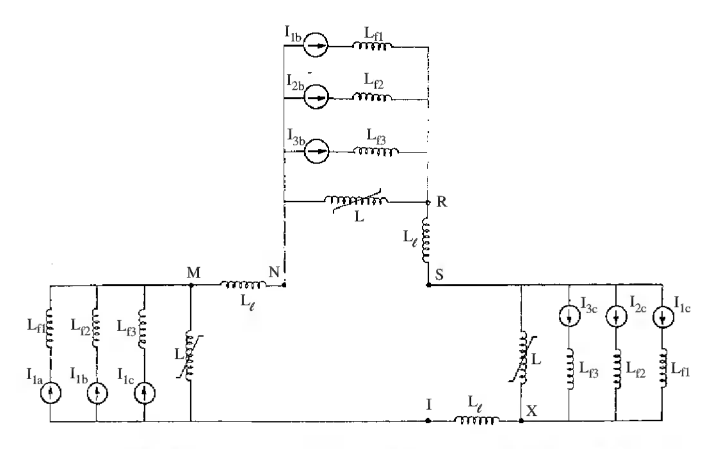


Fig. 12 - Circuito eléctrico equivalente (Modelo III) del circuito magnético de la Fig. 11

que en el Modelo II. El Modelo III es apropiado en el caso de que el usuario no disponga de datos sobre la geometría del núcleo del transformador.

De acuerdo con las distribuciones de flujos asumidas en la obtención de este modelo, resulta que las redes de dispersión en cada fase son efectivamente desacopladas durante los ensayos de cortocircuito de secuencia positiva y cero respectivamente.

Se observa también que en el ensayo de cortocircuito de secuencia positiva entre los devanados primario (P) y secundario (S), la impedancia en p.u. medida es la misma independientemente de cual de los dos devanados es excitado, esto es $Z_{PS1}=Z_{SP1}$. Idénticos comentarios se pueden hacer para los otros ensayos de secuencia positiva. Sin embargo ésto no se cumple para los ensayos de cortocircuito de secuencia cero desde que L_ℓ no puede ser despreciada, esto es $Z_{PS0} \neq Z_{SP0}$, etc..

D. Características comunes a todos los modelos

Los circuitos eléctricos equivalentes presentados tienen todos sus componentes referidos a un número arbitrario N de espiras, por lo tanto antes que los mismos sean utilizados es necesario adicionar transformadores ideales de relaciones de transformación N_1:N, N_2:N, N_3:N a sus terminales y con éstos es también tenido en cuenta el tipo de conexión del transformador. Con el objetivo de mejorar la precisión de los modelos eléctricos las siguientes adiciones podrían ser hechas:a) las resistencias de las bobinas son conectadas en serie con los transformadores ideales b) las pérdidas en el hierro se pueden representar a través de resistencias, conectadas en paralelo con las inductancias no lineales.

V. CASOS ESTUDIADOS

En esta sección se presentan algunos resultados obtenidos con un transformador trifásico tipo núcleo de dos devanados. Este transformador fue simulado con el programa ATP utilizando la subrutina BCTRAN y las implementaciones de los Modelos II y III hechas por los autores.

Finalmente se incluye una comparación entre los resultados obtenidos con estos modelos y los valores provenientes de los ensayos suministrados por el fabricante.

Las implementaciones de los Modelos II y III fueron hechas de la siguiente manera: a) las inductancias no lineales fueron representadas a través del elemento Tipo 98 b) las ramas conteniendo las inductancias de dispersión en serie con las fuentes de corriente fueron representadas a través de dos Saturable Transformer Component por fase. Este modelo fue usado porque ya tiene incorporado un transformador ideal c)los restantes elementos de los circuitos fueron representados utilizando elementos lineales.

El transformador estudiado tiene las siguientes características: tensiones nominales 60/15.75 kV, potencia aparen-

te 7.5 MVA, tipo de conexión Yd11, y el neutro del devanado primario es directamente aterrado. A partir de los datos de los ensayos de excitación y cortocircuito, geometría del núcleo, característica BxH del material y número de espiras de las bobinas de los devanados, suministrados por el fabricante,los autores calcularon todos los componentes de los Modelos II y III.

Se simuló el ensayo de excitación de secuencia positiva, en el transformador presentado, utilizando los Modelos II y III y la subrutina BCTRAN.

Los resultados de las simulaciones así como los valores del fabricante son presentados en la Tabla I.

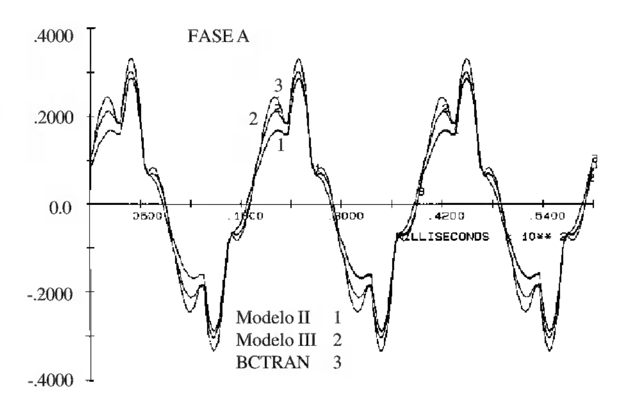
La Fig. 13 muestra las corrientes de excitación de secuencia positiva obtenidas utilizando los modelos mencionados anteriormente.

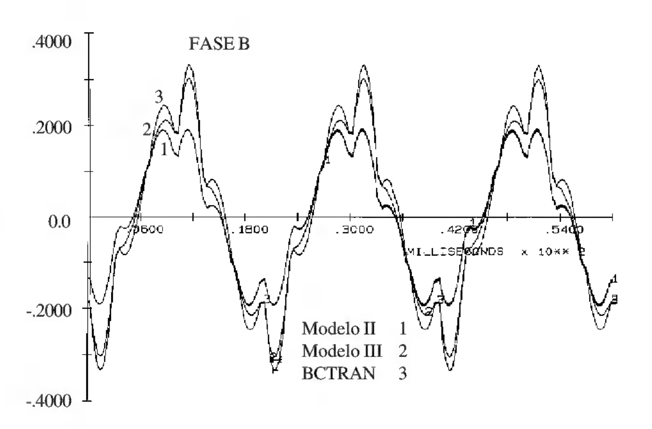
A partir de los resultados presentados en la Tabla I se puede concluir que: a) cada fase del Modelo II presentó diferentes valores de pico y eficaz de la corriente en vacío, debido a que el circuito eléctrico equivalente no es simétrico. Este comportamiento eléctrico concuerda con los datos de ensayos suministrados por otros fabricantes b) el Modelo III presentó iguales valores de corriente para todas las fases, lo mismo sucedió con la subrutina BCTRAN y con los datos del fabricante. Es importante destacar que estos dos modelos no consideran asimetrías magnéticas y el fabricante sólo suministró un valor promedio de las corrientes en vacío c) el Modelo III y la subrutina BCTRAN presentaron una buena concordancia con los valores del ensayo mientras el Modelo II suministró una diferencia promedio del 14% en los valores eficaces. Esta diferencia es atribuíble a que el fabricante suministró una característica típica BxH para el material de una lámina del núcleo y manifestó que la característica BxH de la columna podría ser diferente a la de una lámina.

Las curvas de la Fig. 13 se muestran bastante similares.

Los mismos modelos fueron utilizados para simular en el transformador en estudio los ensayos de cortocircuito de secuencia positiva y cero respectivamente. Los resultados de las simulaciones así como los valores del fabricante son presentados en la Tabla II.

Los resultados presentados en la Tabla II muestran una buena concordancia.





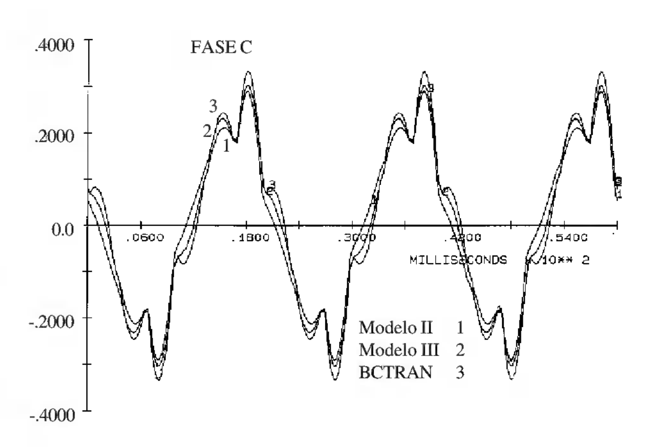


Fig. 13 - Corrientes de excitación de secuencia positiva

Tabla I - Resultados del ensayo en vacío de secuencia positiva

	Fase A		Fase B		Fase C	
	I_{pico} (A)	I_{rms} (A)	I_{pico} (A)	I_{rms} (A)	I_{pico} (A)	I_{rms} (A)
Modelo II	.289	.1574	.194	.1307	.292	.1775
Modelo III	.333	.1855	.333	.1855	.333	.1855
BCTRAN	.304	.1868	.304	.1868	.304	.1868
Datos Ensayo	---	.1804	---	.1804	---	.1804

Tabla II - Resultados de los ensayos de cortocircuito

	Z^{pos} (%)	Z^{cero} (%)
Modelo II	7.9696	7.3279
Modelo III	7.9696	7.3278
BCTRAN	7.9702	7.3301
Datos del Ensayo	7.97	7.33

VI. CONCLUSIONES

En el presente trabajo fueron desarrollados circuitos eléctricos equivalentes a partir de circuitos magnéticos utilizando la Técnica Topológica de la Dualidad. Esta técnica permite incorporar las no linealidades del núcleo con una base física.

La precisión de estos modelos depende fuertemente de como el sistema magnético es reducido a un circuito magnético.

Los modelos presentados aquí fueron implementados en el programa ATP el cual está disponible en la mayoría de las empresas eléctricas.

A través de los circuitos eléctricos presentados aquí el modelo Saturable Transformer Component fue utilizado para representar un transformador trifásico tipo núcleo sin necesidad de agregar un devanado extra ficticio conectado en triángulo.

A partir de los Modelos II y III puede ser observado que las impedancias de cortocircuito de secuencia cero no son recíprocas desde que L_ℓ no puede ser despreciada, en otras palabras $Z_{PS0} \neq Z_{SP0}$. Los modelos existentes en el programa ATP no hacen siempre esta distinción, introduciendo errores.

A partir de este trabajo los autores concluyen que los circuitos eléctricos equivalentes desarrollados son una alternativa en relación a otros modelos disponibles.

Finalmente los autores piensan que es necesario realizar más investigación en este tópico con el objetivo de obtener mejores modelos para los diferentes tipos de transformadores utilizados en la industria eléctrica.

VII. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

[1] C. Cherry, "The Duality between Interlinked Electric and Magnetic Circuits and the Formation of Transformer Equivalent Circuits" - *Proceedings of the Physical Society* B, 1949, 62

[2] G.R. Slemon, *"Equipamentos Magnetoelétricos: Transdutores, Transformadores e Máquinas"* - Ed. LTC - Rio de Janeiro 1974

[3] G.R. Slemon, "Equivalent Circuits for Transformers and Machines Including Non-linear Effects" - *Proceedings of the IEE Part IV*, 1953

[4] M.G. Gardner, J.L. Barnes, *"Transients in Linear Systems"* - John Wiley - New York 1942

[5] G. Calzolari, *"A Análise dos Modelos de Transformadores de Potência para Estudos de Transitórios Electromagnéticos"* - Dissertação de Mestrado - EFEI 1990 - Brasil

[6] A. Narang, R.H. Brierley, "Topology Based Magnetic Model for Steady-State and Transient Studies for Three-Phase Core Type Transformers" - *IEEE/PES 1993 Summer Meeting 93* SM 509-0 PWRS

[7] H.W. Dommel, *"EMTP Theory Book"* - Microtran Power System Analysis Corporation - Vancouver 1992

[8] E.P. Dick, W. Watson, "Transformer Models for Transients Studies Based on Field Measurements" - *IEEE Trans. Power App. Syst.*, Vol. PAS-100, pp.409-419, January 1981